

確率論入門 「試行 (trial) と結果の数 (number of outcome)」

ある1つの試行 (trial) に対して起こりうるすべての結果が複数ある場合は確率という概念を導入する必要があります。つまり、**確率を求めるには「ある試行の結果の数」を定義する必要がある**ということです。というか、それが定義できないと確率を求めることはできないのです。

例題 3枚のコインを投げるという実験を行った。この実験において、起こりうるすべての結果の数は何通りあるか。

解答 「3枚のコインを投げる」といっても、1枚ずつコインを投げるのか、それとも3枚同時にコインを投げるのか、という疑問を持った人もいるでしょう。結論をいってしまえば、**1枚ずつ3回投げた場合も3枚同時に投げた場合も同じ**です (コインの表裏の出方はそれぞれ**独立**なので時間は関係ないのです。むしろ現実的に3枚同時に投げるということは在り得ないと考えた方が良いでしょう)。しかし、ここでは分かりやすいように1回目、2回目、3回目と順番に投げたこととします。

1回目にコインを投げるという試行を行ったときに起こりうる結果の数は「表がでる」と「裏がでる」という2つだけです。隙間に挟まって真ん中が出るということは考えません。同様に

2回目・・・表と裏の2通り

3回目・・・表と裏の2通り

となります。したがって、3枚のコインを投げるという実験において、起こりうるすべての結果の数は

$$2^3 = 2 * 2 * 2 = 8 \text{ (通り)}$$

となります。実際にその通りかどうかすべての出方を列挙してみます。ちなみに H は head (表) の H で、T は tail (裏) の T です。

HHH	HHT	HTT	HTH
TTT	TTH	THT	THT

ここで気をつけてもらいたいことは、例えば「2回表が出る」とか「1回は裏が出る」というのは結果ではありません。

まず「2回表が出る」というのは{HHT, HTH, THH}という3通りありますが、これは結果が複数集まったものであって1つの結果ではないのです。また、「1回は裏が出る」というのも{HHT, HTT, HTH, TTT, TTH, THH, THT}という7通りありますが、これは結果ではなく結果が複数集まったものです。この結果が複数集まったものを**出来事 (event)**といいます。

例題 2つのサイコロを投げたとき起こりうるすべての結果の数は何通りあるか答えよ。また、「出た目の合計が偶数である」という出来事、「出た目の合計が3の倍数である」という出来事を列挙せよ。

解答 これもサイコロを2回振ったと考えます。だから1回目に起こりうる結果の数は1から6までの6通り、2回目も同様に1から6までの6通りです。したがって、2つのサイコロを投げたときに起こりうるすべての結果の数は $6 * 6 = 36$ 通りあるということになります。

「出た目の合計が偶数である」という出来事は

{1-1, 1-3, 1-5, 2-2, 2-4, 2-6, 4-2, 4-4, 4-6, 5-5, 6-2, 6-4, 6-6}

です(全部で13通りあります)。

「出た目の合計が3の倍数である」という出来事は

{1-2, 1-5, 2-1, 2-4, 3-3, 3-9, 4-2, 4-5, 5-1, 5-4, 6-3, 6-6}

です(全部で12通りあります・・・が、間違ったらゴメンね)。

サイコロが2個くらいなら自分で考えられますが、これが5つとかになったら「出た目の合計が偶数になる」という目の組み合わせを探すのはかなり困難です。そういう場合はコンピュータに任せるのです。

さてここで以下の問題を考えてみてください。

- 1) 3枚のコインを投げたときに表が2枚出る確率
- 2) 3枚のコインを投げたときに1枚は裏が出る確率
- 3) 2つのサイコロを投げたとき、出た目の合計が偶数である確率
- 4) 2つのサイコロを投げたとき、出た目の合計が3の倍数である確率

注意!! 3枚同時に投げるのと、1回目、2回目、3回目と続けて投げることはやっていることは違いますが同じことだと考えてください。私は、1回目、2回目、3回目と考えた方が分かりやすいと思います。前述しましたが、もう1度いっておきます。

コインの表裏の出方はそれぞれ独立なので時間は関係ない。サイコロに関しても同じ。

独立であるということは、例えば、1回目にコインの表が出たからといって、2回目の試行においてコインの出る目が表になりやすいというようなことはない、ということです。

～問題の解説～

1) 表が2回出るという出来事は{HHT, HTH, THH}です。つまり3通りの結果がこれに相当するわけです。起こりうるすべての結果は

1回目の試行・・・「表が出るという結果」と「裏が出るという結果」の2通り
2回目の試行・・・「表が出るという結果」と「裏が出るという結果」の2通り
3回目の試行・・・「表が出るという結果」と「裏が出るという結果」の2通り

ですから、 $2^3 = 8$ 通りあるわけです。したがって、表が2枚出る確率は

$$\frac{3}{8} = 0.375$$

となります。

2) 1枚は表が出るという出来事は{HHT, HTT, HTH, TTT, TTH, THH, THT}です。つまり7通りの結果がこれに相当するわけです。起こりうるすべての結果は8通りなので、1枚は表が出る確率は

$$\frac{7}{8} = 0.875$$

です。

3) 出た目の合計が偶数であるという出来事は{1-1, 1-3, 1-5, 2-2, 2-4, 2-6, 4-2, 4-4, 4-6, 5-5, 6-2, 6-4, 6-6}で、これに含まれる結果の数は13個です。2個のサイコロを振って起

こりうるすべての結果の数は $6^2 = 36$ ですから、

$$\frac{13}{36} = 0.3611111$$

となります。

4) 出た目の合計が3の倍数であるという出来事は { 1-2, 1-5, 2-1, 2-4, 3-3, 3-9, 4-2, 4-5, 5-1, 5-4, 6-3, 6-6 } であり、これに含まれる結果の数は12個だから、求める確率は

$$\frac{12}{36} = 0.3333333$$

となります。