

まずはΣの計算からはじめましょう

統計を始める前に（シグマ）の計算の仕方を勉強しましょう。これが分からないと、いくら参考書を開いても何も理解できません。言い換えればこれを理解できさえすれば体外の数式を理解することができます。まずは下の計算を考えてみてください。

$$\begin{aligned}1+3+4+2+7+5 &= \\2+7+4+9+1+3 &= \\4+(-3)+1+(-7)+9+4 &= \end{aligned}$$

もし、1問も解くことができなかつたのであれば統計学をあきらめてください。答えは22,26,8となりますが、これができればの計算もできます。続いて下の計算式を見てください。

$$\begin{aligned}x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 4, x_4 = 2, x_5 = 7, x_6 = 5 \text{ のとき、} \sum_{i=1}^6 x_i &= \\x_1 = 2, x_2 = 7, x_3 = 4, x_4 = 9, x_5 = 1, x_6 = 3 \text{ のとき、} \sum_{i=1}^6 x_i &= \\x_1 = 4, x_2 = -3, x_3 = 1, x_4 = -7, x_5 = 9, x_6 = 4 \text{ のとき、} \sum_{i=1}^6 x_i &= \end{aligned}$$

答えは最初の足し算と同じですが、 $\sum_{i=1}^6 x_i$ の意味を少し説明しておきましょう。とは合計を表す記号で、この場合は $i=1$ から $i=6$ までの x_i を足しなさいという意味です。実際にその過程を見てみましょう。

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^6 x_i &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 1 + 3 + 4 + 2 + 7 + 5 = 22 \\ \sum_{i=1}^6 x_i &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 2 + 7 + 4 + 9 + 1 + 3 = 26 \\ \sum_{i=1}^6 x_i &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 4 + (-3) + 1 + (-7) + 9 + 4 = 8\end{aligned}$$

理解していただけただけでしょうか。これは基本中の基本ですが、の計算をする際に気をつけなければいけないことがいくつかあります。なかでも注意しなければいけないのは

がどこまでかかっているかということです。どういうことかということ、下の式を見てください。

$x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$ のとき、

$$\sum_{i=1}^3 x_i + \bar{x} =$$

$$\sum_{i=1}^3 (x_i + \bar{x}) =$$

$$\sum_{i=1}^3 (x_i + \bar{x})(y_i + \bar{y}) =$$

がかかっているのは常にシグマのすぐ隣にいる記号だけです。つまり、1番目の式は x_i 、2番目の式は $(x_i + \bar{x})$ 、3番目の式は $(x_i + \bar{x})(y_i + \bar{y})$ にかかっているわけです。まとめると、() や掛け算はひとまとまりとして考えるということになります。このことに注意しないと計算結果が全く違ってしまいます。実際に上の例で計算してみましょう。

$$\sum_{i=1}^3 x_i + \bar{x} = (x_1 + x_2 + x_3) + \bar{x} = (1+1+1) + 1 = 4$$

$$\sum_{i=1}^3 (x_i + \bar{x}) = (x_1 + \bar{x}) + (x_2 + \bar{x}) + (x_3 + \bar{x}) = (1+1) + (1+1) + (1+1) = 6$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 (x_i + \bar{x})(y_i + \bar{y}) &= (x_1 + \bar{x})(y_1 + \bar{y}) + (x_2 + \bar{x})(y_2 + \bar{y}) + (x_3 + \bar{x})(y_3 + \bar{y}) \\ &= (1+1)(1+1) + (1+1)(1+1) + (1+1)(1+1) = 3 \end{aligned}$$

ほかにもこのような使い方 もすることを覚えておきましょう (分散分析を行う際に出てきます)。

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 X_{ik} = \text{あるいは} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 X_{ikl} =$$

これほどの式がでてくると頭から煙が出てきそうですが、実際にこのような複雑な計算を自分でする必要はない (コンピュータがしてくれる) ので安心してください。ただ、この式がどういう意味なのかをしっかりと把握しておいてください。

下の表をみてください。

	1	2	i	合計
1	X_{11}	X_{12}	X_{1i}	$X_{11} + X_{12} + X_{1i}$
2	X_{21}	X_{22}	X_{2i}	***
3	X_{31}	X_{32}	X_{3i}	***
4	X_{41}	X_{42}	X_{4i}	***
k	X_{k1}	X_{k2}	X_{ki}	***
合計	$X_{11} + X_{21} + X_{31} +$ $X_{41} + X_{k1}$	***	***	$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 X_{ik} =$

要は、上のような表にデータをまとめたときの縦横の合計をすべてあわせたものが $\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 X_{ik} =$ となるわけです。 $\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 X_{ikl} =$ の場合はもう少し複雑な表になりますが大体同じ感じです。ちょっと違いますが、感じ的には下の式ようになります。それぞれの合計を足したものだと思っておけばよいでしょう。

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 X_{ik} = \sum_{i=1}^3 X_i + \sum_{i=1}^3 X_k =$$

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 X_{ikl} = \sum_{i=1}^3 X_i + \sum_{k=1}^3 X_k + \sum_{l=1}^3 X_l =$$