

「平均 μ 、分散 σ^2 の正規分布」・・・ $N(\mu, \sigma^2)$
 「確率変数 X が平均 μ 、分散 σ^2 の正規分布に従う」・・・ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ の正規分布に従うものとするとき、

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

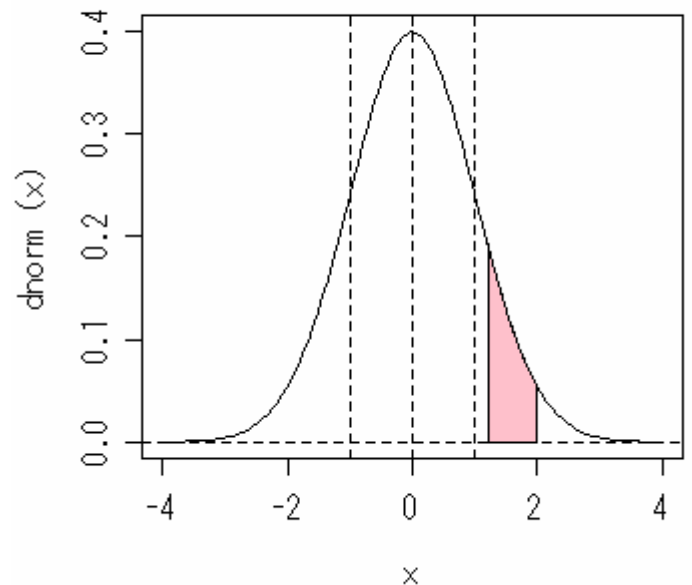
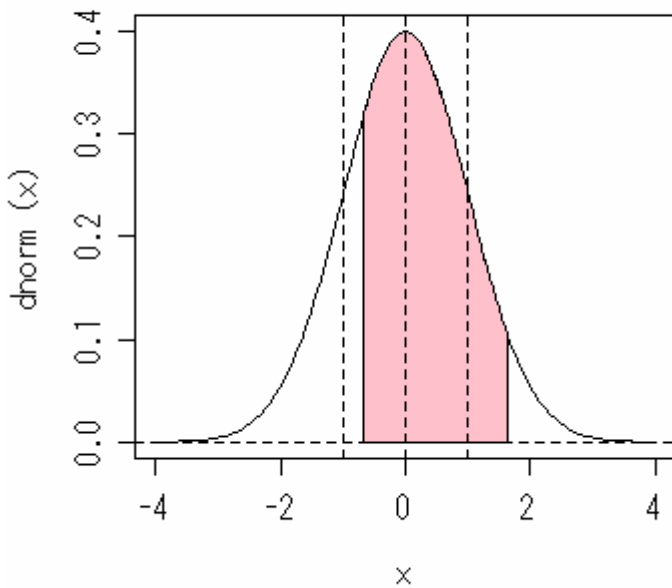
とおくと、 Z は $X(0, 1^2)$ の標準正規分布に従う。

例題 $X \sim N(0, 1^2)$ に従うとき、次の確率を求めなさい。

(1) $P\{-0.67 < X < 1.64\} = 0.2486 + 0.4495 = 0.6981$

(2) $P\{1.21 < X < 2.00\} = 0.3869 + 0.4772 = 0.8641$

上の例題のように、標準正規分布に従っている場合は、単に正規分布表から値を読み取ってから計算してあげればよいわけです。上の例題では下図のピンク部分の面積を求めたわけです(右側が例題 1、左側が例題 2)。



積分ができる人は積分の計算として考えると(求める面積部がどのような部分かが)分かりやすいです。

例題(1) $\int_{-0.67}^{1.64} f(x) dx = \int_{-0.67}^0 f(x) dx + \int_0^{1.64} f(x) dx$

例題(2) $\int_{1.21}^{2.00} f(x) dx$

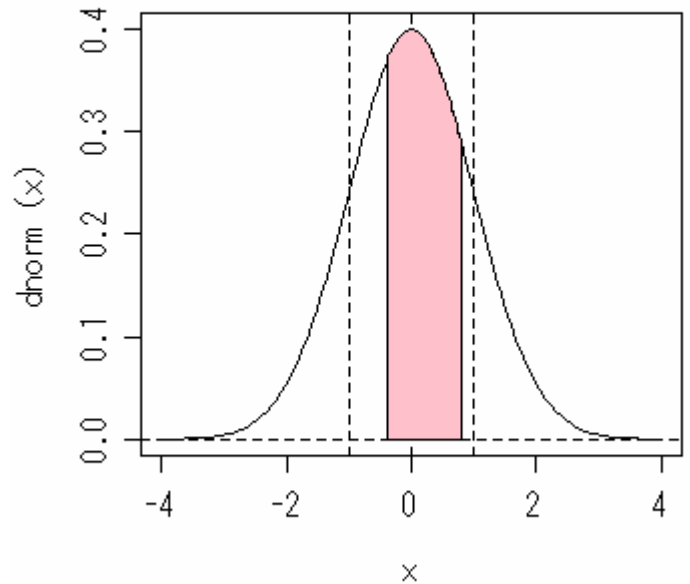
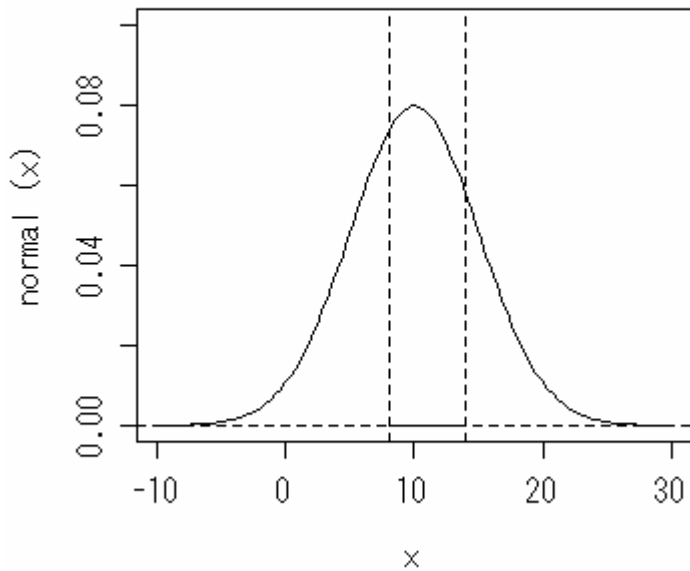
ちなみに、正規曲線は $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ で表されます。

例題 $X \sim N(10, 5^2)$ の正規分布に従うとき、次の確率を求めなさい。

- (1) $P\{8 < X < 14\}$ (2) $P\{X > 16\}$ (3) $P\{X < 7\}$

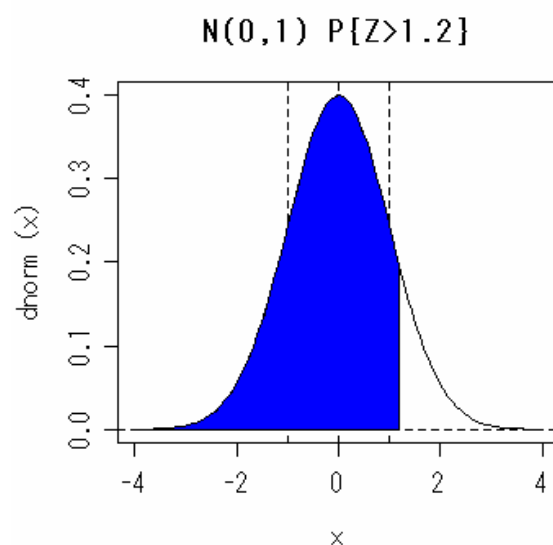
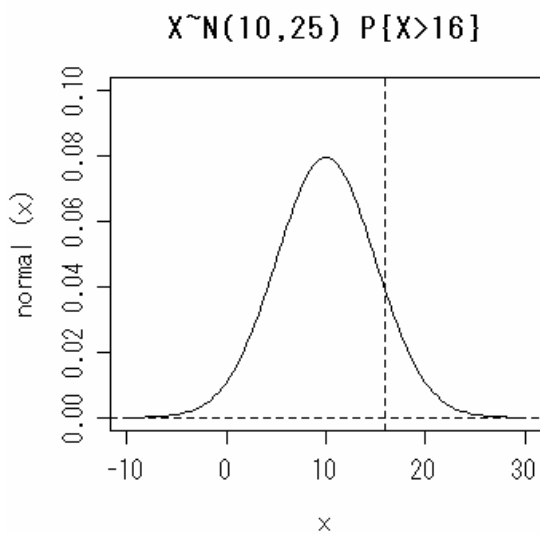
解答

$$(1) P\{8 < X < 14\} = P\left\{\frac{8-10}{5} < Z < \frac{14-10}{5}\right\} = P\{-0.4 < Z < 0.8\} = 0.1554 + 0.2881 = 0.4435$$



左側が $X \sim N(10, 25)$ のときの $P\{8 < X < 14\}$ を表す図で、右側が標準正規分布に変換した場合の $P\{-0.4 < Z < 0.8\}$ を表した図です。

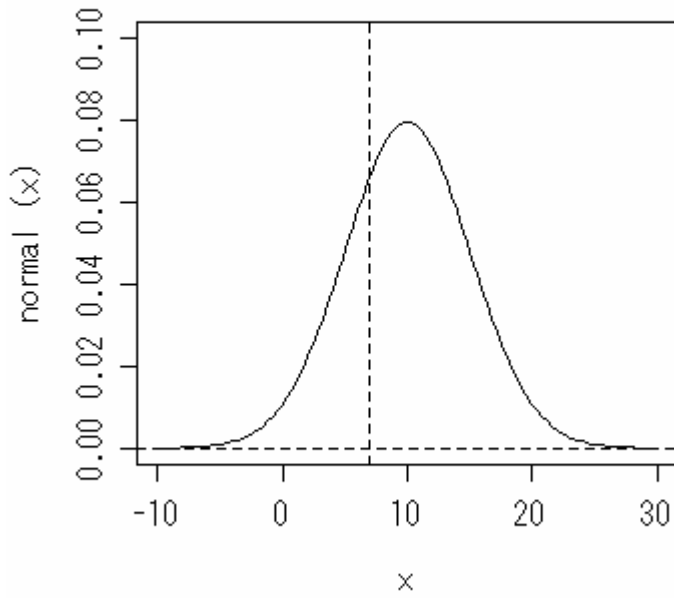
$$(2) P\{X > 16\} = P\left\{Z > \frac{16-10}{5}\right\} = P\{Z > 1.2\} = 0.5 - 0.3849 = 0.1151$$



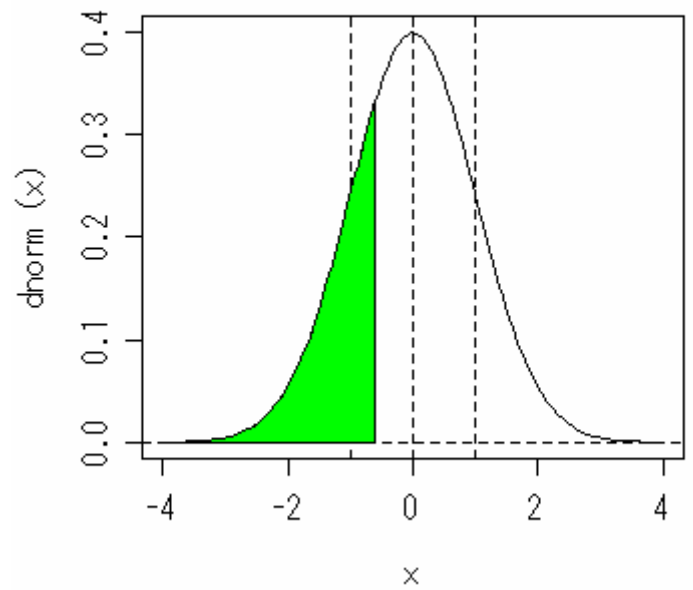
* 左図は点線よりも右側の部分が求める面積部になります。

$$(3) P\{X < 7\} = P\left\{Z < \frac{7-10}{5}\right\} = P\{Z < -0.6\} = 0.5 - 0.2257 = 0.2743$$

$X \sim N(10, 25) \quad P\{X < 7\}$



$N(0, 1) \quad P\{Z < -0.6\}$



正規分布の計算の基礎はとりあえずこれで終了です。今回は単に面積部(確率)を求めるだけでしたが、次回は正規分布からある値(確率や割合など)を予測することをやってみましょう。